هندسه ۲

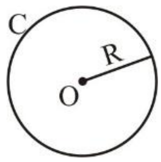
پایه یازدهم

CIRCLE

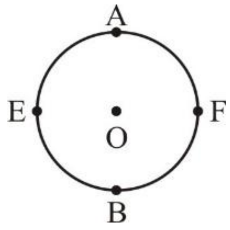
فصل اول: دایره

مدرس:

❋ تعاریف اولیه

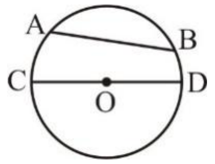


تعریف دایره: دایره، مجموعه‌ی نقاطی از صفحه است که فاصله‌شان از نقطه‌ی ثابتی به نام **مرکز**، مقداری ثابت به نام **شعاع** است. دایره به مرکز O و شعاع R را با $C(O , R)$ نمایش می‌دهیم.



نکته: دو نقطه‌ی A و B واقع بر دایره، دو **کمان** AB را روی دایره جدا می‌کنند که برای مشخص کردن آن‌ها از نقاط کمکی استفاده می‌کنیم، مانند کمان‌های AFB و AEB در شکل.

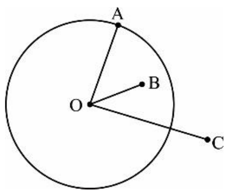
❋ زاویه‌ی دایره ۳۶۰° است یعنی همواره $AEB + AFB = ۳۶۰^\circ$ می‌باشد.



وتر: پاره خطی که دو نقطه متمایز از یک دایره را به هم وصل می‌کند، وتر نامیده می‌شود، مانند وترهای AB و CD در شکل مقابل.

نکته: وتری که از مرکز دایره می‌گذرد، **قطر** دایره نامیده می‌شود. هر قطر، دایره را به دو کمان ۱۸۰° تقسیم می‌کند که **نیم‌دایره** نامیده می‌شوند.

❋ اوضاع نسبی نقطه و دایره نسبت به هم

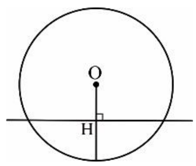


الف) اگر نقطه‌ای مانند A روی دایره‌ی $C(O , R)$ باشد، داریم:

ب) اگر نقطه‌ای مانند B درون دایره‌ی $C(O , R)$ باشد، داریم:

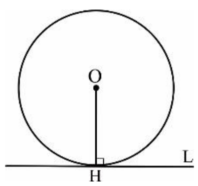
الف) اگر نقطه‌ای مانند C بیرون دایره‌ی $C(O , R)$ باشد، داریم:

❋ اوضاع نسبی خط و دایره نسبت به هم



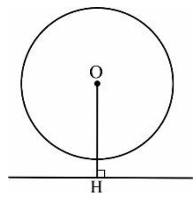
۱- خط راستی که دایره را در دو نقطه قطع می‌کند، **قاطع** نسبت به دایره نامیده می‌شود.

در این حالت خط و دایره را **متقاطع** می‌نامیم و داریم: $\boxed{OH < R}$



۲- نقطه‌ی H را روی دایره در نظر بگیرید. خط L که از نقطه‌ی H می‌گذرد و بر شعاع OH عمود است، خط **مماس** بر دایره در نقطه‌ی H نامیده می‌شود. در این حالت داریم: $\boxed{OH = R}$

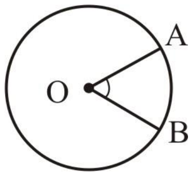
نکته: همواره شعاع بر خط مماس در نقطه‌ی تماس عمود است.



۳- اگر خط و دایره هیچ نقطه‌ی اشتراکی با هم نداشته باشند، داریم: $\boxed{OH > R}$

* انواع زوایا در دایره

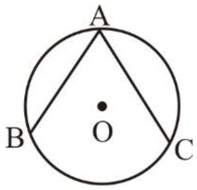
۱) زاویه مرکزی:



تعریف: زاویه‌ای است که رأس آن مرکز دایره و اضلاع آن دو شعاع دایره می‌باشند.

- بنا به قرارداد، اندازه‌ی زاویه‌ی مرکزی برابر کمان روبروی آن است: $\boxed{\hat{O} = AB}$

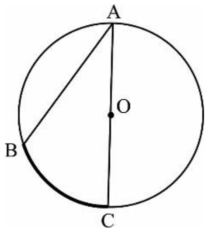
۲) زاویه محاطی:



تعریف: زاویه‌ای است که رأسش روی دایره و ضلع‌هایش دو وتر از دایره می‌باشند.

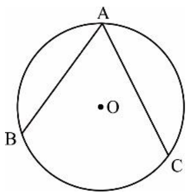
کمانی از دایره که به ضلع‌های زاویه‌ی محاطی محدود و در داخل زاویه واقع است، **کمان روبرو** به زاویه نام دارد.

قضیه: اندازه‌ی هر زاویه‌ی محاطی، برابر نصف کمان روبروی آن است: $\boxed{\hat{A} = \frac{BC}{۲}}$

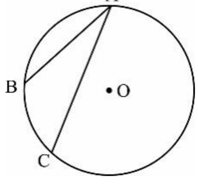


حالت اول: یکی از اضلاع زاویه قطر دایره است:

توجه: حالت فوق را به عنوان پایه در نظر گرفته و دو حالت بعد را با استفاده از آن به دست می‌آوریم.

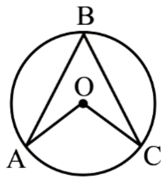


حالت دوم: اضلاع زاویه در دو طرف مرکز قرار دارند:



حالت سوم: هر دو ضلع زاویه در یک طرف مرکز قرار دارند:

☑ **تست ۱:** در دایره به مرکز O، اگر $A\hat{O}C=(۳\alpha+۱۲)^\circ$ و $A\hat{B}C=(\alpha+۱۶)^\circ$ باشد ، اندازه‌ی $A\hat{B}C$ کدام است؟



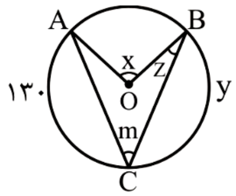
۱) ۲۰°

۲) ۳۲°

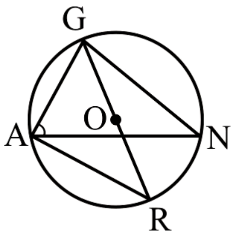
۳) ۳۶°

۴) ۷۲°

☑ **مثال ۲:** در شکل مقابل، اگر $\widehat{y}=۱۰۰^\circ$ باشد، اندازه‌ی زوایای $\hat{m}$ و $\hat{x}$ و $\hat{z}$ را بیابید



☑ **مثال ۳:** در دایره‌ی شکل مقابل، GR قطر و $AG=۷۰^\circ$ و $N\hat{A}R=۳۰^\circ$ است. مقادیر زیر را به دست آورید.

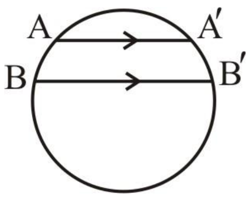


۱) $\hat{N}$ ۲) $\hat{R}$

۳) NR ۴) GN

۵) $G\hat{A}N$ ۶) $G\hat{A}R$

☑ **مثال ۴:** ثابت کنید در هر دایره، کمان‌های محصور بین دو وتر موازی با هم برابرند.



☑ **مثال ۵:** در دایره به مرکز O و به قطر CI داریم: $CA\parallel ON$ ، ثابت کنید: $AN=NI$